

EVOLUTION DES CALCULS NUMERIQUES AU TRAVERS DES ACTIVITES DU COMITE A DE LA CIGB

Evolution of Numerical Analysis through activities of committee A of ICOLD

Xavier Molin

Tractebel Engineering, agence de Lyon, Tour Part-Dieu - 129, rue Servient,
69326 Lyon CEDEX 3 - FRANCE
xavier.molin@tractebel.engie.com

MOTS CLEFS

Calculs numériques, barrages, séisme, gonflement, fissures

KEY WORDS

Numerical analysis, dams, earthquake, swelling, cracks

RÉSUMÉ

Le comité A de la CIGB est dédié aux méthodes de calcul pour barrages. Depuis sa création en 1989, il a été à l'origine de plusieurs bulletins de la CIGB, et organise tous les 2 ans un atelier (benchmark) de calcul. Chaque atelier s'intéresse généralement à 3 sujets (par exemple barrages en béton, en remblais, et un sujet sur les séismes). Récemment sont apparus un thème libre, et des analyses probabilistes.

Les méthodes de calcul actuelles permettent de quantifier des problématiques de plus en plus complexes, en particulier pour modéliser des ouvrages anciens et expliquer des dérives observées. Les lois de comportement sont de plus en plus accessibles, et les efforts pour valider les méthodes de calcul ou contrôler les résultats ne doivent pas être oubliés. L'évolution des sujets abordés par le Benchmark est représentative des préoccupations et du savoir-faire de la profession ; la complexité des modélisations s'accroît. Les travaux du comité permettent également d'analyser la dispersion des résultats des calculs sur des sujets a priori bien définis. Ces incertitudes doivent être intégrées à l'analyse que fait l'ingénieur sur ses résultats de calcul.

Il est proposé d'exposer l'état de l'art et du savoir-faire actuel, illustré par les résultats des derniers benchmarks : calculs dynamiques (interaction fluide-structure et frontières absorbantes), calculs non-linéaires (fissuration, gonflement du béton), analyse de risque (probabiliste).

ABSTRACT

The Committee A of ICOLD is dedicated to numerical analysis of dams. Since its creation in 1989, it has produced several ICOLD bulletins, and organizes every 2 years a benchmark workshop. Each Benchmark usually focuses on 3 themes (e.g. concrete dam, embankment dam, and a subject relative on earthquake). Recently a free theme, and probabilistic analyses were introduced.

Current calculation methods allow to quantify more and more complex problems, especially to model old existing dams and to explain observed irrecoverable displacements. Materials laws are more and more accessible, and it should be paid attention to validate calculation methods or to control the results. The evolution of the subjects covered by the Benchmarks Workshops is representative of the concerns and know-how of the Profession; the complexity of modeling is increasing. The works of the committee also allow us to analyse dispersion of the models results on a well defined subject. These uncertainties must be incorporated into the engineer's analysis of his calculation results.

It is proposed to expose the state of the art and the current know-how, illustrated by the results of the latest benchmarks: dynamic calculations (fluid-structure interaction and radiative boundaries), non-linear calculations (cracking, swelling of concrete) and risk analysis (probabilistic).

1. INTRODUCTION

Le comité A est dédié aux méthodes de calcul pour les barrages. Créé en 1989, il traduit l'évolution révolutionnaire apporté par les ordinateurs, associés au développement de nouveaux algorithmes de calcul (en particulier la méthode aux éléments finis).

Le travail du comité A s'articule autour de deux axes majeurs :

- L'organisation d'ateliers de calcul, qui ont lieu tous les deux ans ;
- La rédaction de bulletins techniques relatifs aux modélisations numériques. Trois bulletins ont été publiés (94 : logiciels de calcul des barrages - validation, 122 : procédure des calculs des barrages, et 155 : du bon usage des modèles de calcul dans l'ingénierie des barrages).

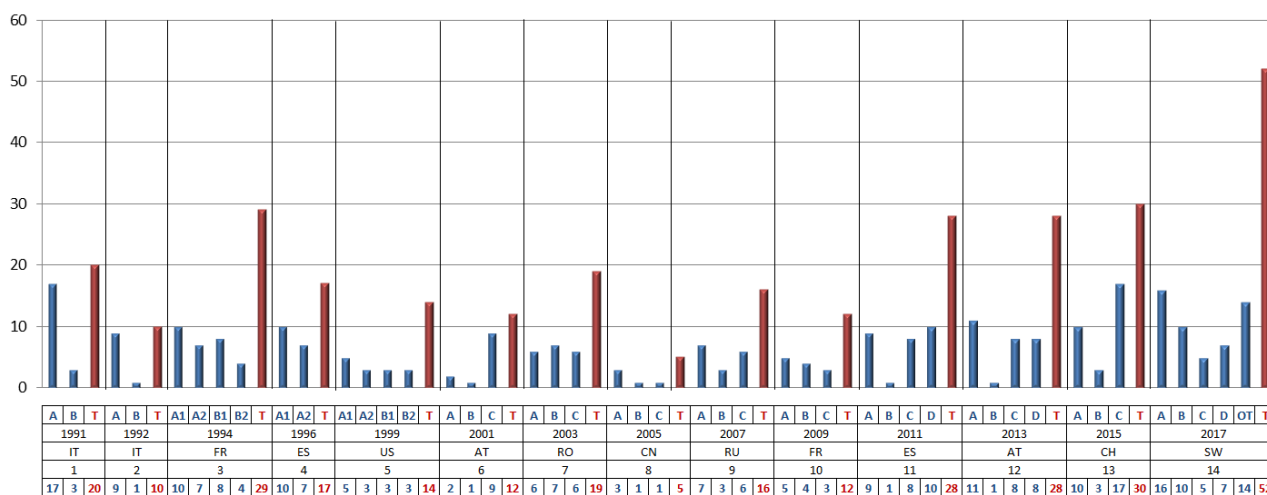


Figure 1 : participations aux benchmarks de calculs, par date, thème et pays organisateur – A, B, C : numéro du thème

Depuis la création du comité, l'usage des modèles numériques a fortement évolué :

- L'accès au modèle numérique a été facilité : de nombreux logiciels commerciaux intègrent des modules de prétraitement maillage, des bibliothèques de lois non-linéaires nombreuses, des algorithmes de résolution optimisés ;
- Les serveurs de calculs sont de plus en plus puissants, ce qui permet d'envisager des analyses numériques de plus en plus détaillées, avec des maillages de plus en plus fins, et un nombre d'itérations de plus en plus important.

Cette facilité apparente est trompeuse, et le retour d'expérience lors des benchmarks montre que malheureusement les erreurs ne sont pas inexistantes.

Cette transition s'est accompagnée d'une évolution dans le travail du comité A. Le premier bulletin s'attache à la validation des logiciels de calculs, le dernier aux pièges liés à des modèles parfois trop compliqués.

2. DES CALCULS LINEAIRES AUX CALCULS NON-LINEAIRES : UNE REPRESENTATION QUI RESTE UNE SIMPLIFICATION DE LA REALITE

Les modèles aux éléments finis ont été une révolution dans le calcul numérique. Couplés à la puissance naissante des ordinateurs, ils permettent alors la résolution en contraintes et déplacements d'une structure de géométrie quelconque. Cette méthode reste largement utilisée dans la vérification des ouvrages de génie civil et des barrages en particulier. Les développements récents concernent l'amélioration et le développement de lois de comportement et d'algorithmes de résolution. La préparation des modèles (prétraitement) a été également grandement améliorée. Bien que d'apparence plus moderne, les post-traitements proposés par défaut ne sont généralement pas suffisants sur nos ouvrages, et plusieurs ingénieries ont développé leurs propres outils (cf. Figure 2 et Figure 3) : il s'agit en effet de comprendre comment transitent les efforts internes, et la visualisation à la fois de leur intensité et de leur direction est importante. Des sorties de calculs appropriées constituent un premier garde-fou, car elles permettent de détecter un certain nombre d'erreurs de calcul (chargements, mauvaise convergence, etc...), en facilitant le contrôle de la cohérence entre contraintes, déplacements, et enchainements lors des différentes étapes de calculs (chargements unitaires, calculs linéaires puis non linéaires). A titre d'exemple, les sorties de calcul qui sont historiquement utilisées – et jusqu'à présent inégales – concernent les « rosettes de contrainte » correspondant à l'affichage des contraintes principales (en orientation et intensité), ou encore les « queues de cerise » affichant la contrainte normale et de cisaillement le long d'une discontinuité. La diminution de la taille avec en

corollaire l'augmentation du nombre des éléments finis a tendance à rendre plus confus les sorties de calculs, et de nombreux codes se contentent d'afficher une cartographie en couleur, insuffisante dans le cadre des barrages-voûtes par exemple.

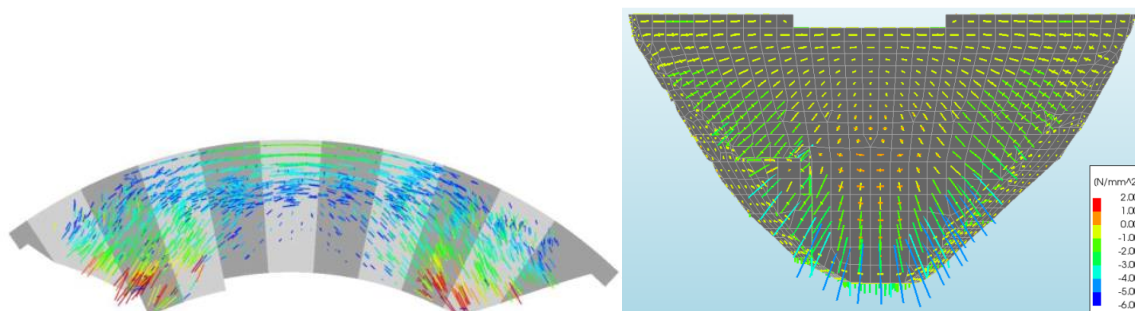


Figure 2 : visualisation des contraintes principales, et de leurs directions

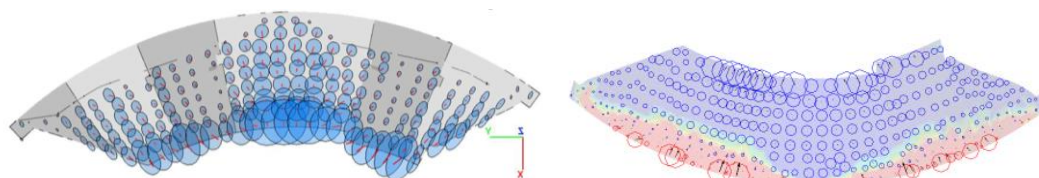


Figure 3 : visualisation des contraintes normales (cercles) et de cisaillement (flèche) au droit d'un joint [5]

Les premiers logiciels de calcul ont souvent été développés par les ingénieries ou les universités, comme peut le montrer la liste des logiciels utilisés lors du premier benchmark calcul [4]. Les ingénieurs en charge des modèles numériques avaient ainsi souvent contribué au développement des logiciels de calcul. Les logiciels étaient également souvent spécifiques à des domaines ou des types d'ouvrages. Actuellement les logiciels étant principalement des produits commerciaux, généralistes, le rapport des ingénieurs aux modèles a évolué : de développeurs, ils sont devenus utilisateurs. Les premiers calculs des barrages-voûtes ont été réalisés par des ingénieurs numériques, très au fait des méthodes numériques, à l'aide d'hypothèses simples mais robustes. Les problématiques concernaient davantage la validation des logiciels naissants que des résultats eux-mêmes. Devenus plus faciles d'accès, avec des lois non-linéaires nombreuses et des puissances de calcul importantes, les modèles non-linéaires se sont multipliés. Les calculs non-linéaires ont permis des avancées dans la modélisation des mécanismes physiques en jeu et ont conduit vraisemblablement à des modèles plus réalistes. Toutefois, les modèles non-linéaires introduisent une grande complexité ne serait-ce que par le grand nombre de paramètres à définir, sans que l'ensemble de ces paramètres puisse être mesuré ou mesurable.

Les enjeux concernent la validation des résultats (le calcul a-t-il convergé ?), la pertinence des lois de comportement utilisées (sont-elles représentatives des mécanismes physiques ?), le choix et l'ordre d'application des chargements, ou la sensibilité des résultats à des paramètres qu'il est parfois difficile de mesurer.

Ce discours a certes été énoncé à de nombreuses reprises, mais le retour d'expérience des benchmarks montre malheureusement qu'il reste d'actualité. L'exemple ci-dessus illustre la déformée de la console de clef d'un barrage voûte soumis à la pression hydrostatique. Le graphique de gauche est extrait du premier benchmark, avec un modèle linéaire [4]. Le graphique de droite a été publié lors du benchmark de Stockholm en 2017 [5]. Un des objectifs de ce dernier modèle était de reproduire la fissuration de l'ouvrage. La dispersion des résultats est très importante – sans oublier quelques erreurs flagrantes en partie gauche du graphique – et illustre le nombre de choix auxquels est confronté le modélisateur. Par exemple, pour modéliser la fissuration du béton, le modélisateur doit répondre aux questions suivantes : la fissuration est-elle diffuse ou discrète ? quelle est la résistance en traction ? Comment sont relâchées les contraintes de traction - de manière brutale, adoucissement linéaire, exponentiel (cf. Fig.5) ? Quel est le comportement en cisaillement d'une fissure ouverte – rupture, modification de la rigidité ? Quel est le comportement de la fissure en cas de réorientation des contraintes ? La réponse est d'autant moins évidente, que le comportement de la structure peut évoluer dans le temps : la déformée du barrage mesurée à travers l'auscultation est donnée pour l'hiver 1991 (trait bleu en pointillé) et l'hiver 2011 (trait bleu continu). Les fissures apparaissent progressivement.

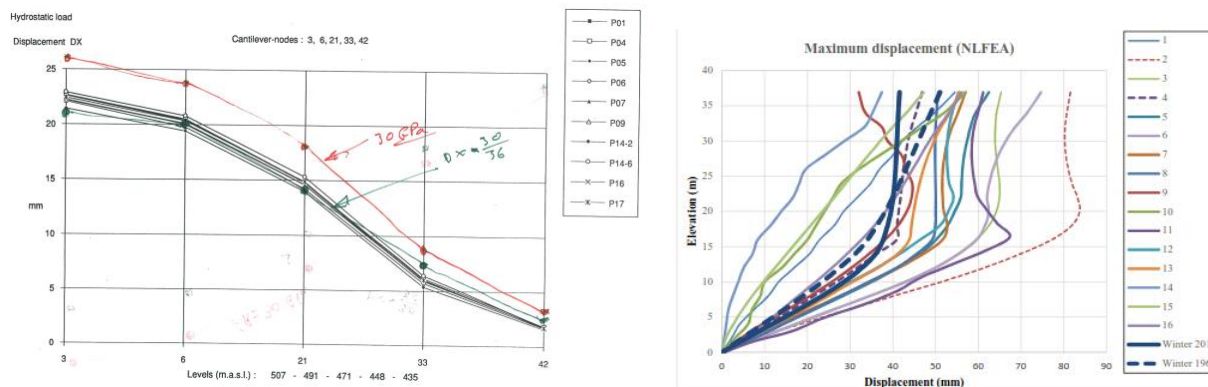


Figure 4 : déplacements de la console de clef. A gauche : analyse linéaire [4], A droite : calculs non-linéaires [10]. Les axes des deux graphiques sont inversés l'un par rapport à l'autre.

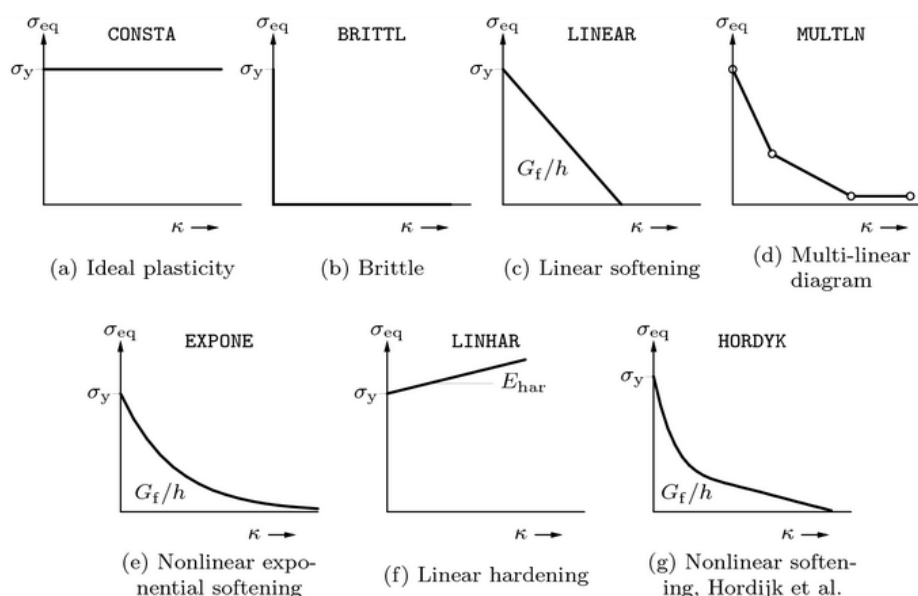


Figure 5 : exemple de comportement possible en traction [6]

Il est intéressant de noter que si l'on sélectionne uniquement les résultats des bureaux d'études qui justifient une expérience conséquente dans le calcul des barrages-voûtes, les résultats sont beaucoup plus restreints, sans doute par des réflexes acquis à travers les nombreuses modélisations dans le choix des paramètres de convergence des calculs, les lois de comportement utilisées et les hypothèses, permettant de déterminer rapidement quels sont les paramètres clés qui influencent le plus les résultats de la modélisation, et sont représentatifs de la structure étudiée.

Face à ces défis, le modélisateur s'aidera des recommandations énoncées dans le bulletin 155 (qui date pourtant de 10 ans), où une modélisation par étapes est suggérée, en partant d'un comportement linéaire, permettant une compréhension qualitative du comportement de la structure et des mécanismes de rupture (calcul linéaire), et ensuite de quantifier les adaptations (calcul non-linéaire).

Les paramètres numériques dépendront également de l'objectif recherché : ainsi un modèle devant aider à l'interprétation des mesures d'auscultation cherchera à reproduire au mieux le comportement mesuré, tandis qu'un calcul pour la justification des barrages tiendra compte également du vieillissement potentiel de l'ouvrage (résistance à la traction nulle par exemple).

Pour finir, le modélisateur doit rester conscient que les modèles numériques, aussi évolués soient-ils, ne constituent qu'une approximation de la réalité, et qu'il doit rester prudent dans l'interprétation des mesures.

Le bulletin 155 [3] met d'ailleurs en garde :

« [...] les modèles aux éléments finis non-linéaires sont capables de considérer les propriétés non élastiques du barrage et de sa fondation, la pression d'eau dans le béton et le rocher, la fracturation hydraulique et les aspects dynamiques. Ils donnent une image plus réaliste des phénomènes physiques au prix d'un calcul plus complexe et de données plus fournies. Le concepteur doit garder à l'esprit que les modèles non-linéaires complexes ne fournissent pas toujours de meilleures solutions que les plus simples modèles élastiques. En fait, le modèle le plus sophistiqué n'est jamais qu'une approximation de la réalité, et les différences entre celui-ci et le monde physique sont d'autant moins évidentes que les mécanismes invoqués sont complexes. »

3. FIABILITE DES MODELES NUMERIQUES

Le bulletin 122 [2] dresse un tableau de la fiabilité des méthodes de calcul vis-à-vis des différentes problématiques rencontrées.

Les paragraphes ci-dessous détaillent quelques évolutions des modèles numériques et des discussions, reposant sur les résultats de benchmarks de calcul.

3.1. Analyses thermiques : les calculs limités par un manque de données historiques

L'analyse thermique des barrages a été abordée par plusieurs benchmarks.

Un chargement thermique se traduit par une déformation imposée $\epsilon = \alpha (T_{finale} - T_{initiale})$. Il faut donc connaître trois paramètres : le coefficient de dilatation thermique α , le champ de température initial, et le champ de température final, correspondant à l'instant où l'on souhaite étudier le comportement de la structure.

Les coefficients de dilatation thermique sont relativement bien connus, et peuvent être déterminés de manière efficace à partir des données d'auscultation, par exemple en réalisant une analyse HST puis un calage sur les déplacements réversibles.

Les températures finales correspondent généralement à un hiver ou un été jugé représentatif. Du fait de l'épaisseur importante des ouvrages, l'estimation des champs de température doit tenir compte de l'inertie thermique de l'ouvrage. La plupart des analyses numériques sont réalisées à partir de calculs transitoires et permettent d'obtenir un état thermique du barrage relativement représentatif du barrage.

En revanche la température initiale est souvent mal connue, faute de données historiques, ou dépendant de phénomènes complexes. Cette température initiale correspond au champ de température du barrage, à partir duquel les variations thermiques modifient les contraintes. Par exemple pour un barrage-voûte, la température initiale correspond à l'état thermique au moment du clavage de l'ouvrage. Ce champ thermique n'est vraisemblablement ni uniforme spatialement (le refroidissement dépend de la date de bétonnage, de l'épaisseur des levées, et éventuellement du refroidissement mis en place), ni uniforme dans l'épaisseur du barrage.

La détermination du champ de température initial et des contraintes associées a fait l'objet du thème A en 2009 [7], Paris. Le modèle représentait l'ensemble des reprises de bétonnage. Il était demandé de prendre en compte les conditions thermiques extérieures, ainsi que l'élévation de température lors de la prise du béton (loi imposée). Lors du couplage thermomécanique, une augmentation du module d'Young avec la maturité du béton a été prise en compte (loi définie par l'énoncé).

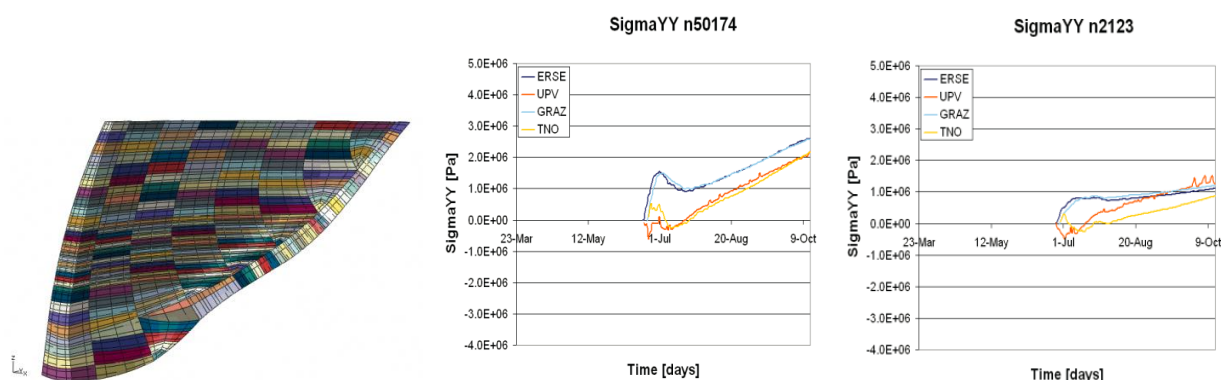


Figure 6 : Vue du maillage incluant l'ensemble des reprises de bétonnage, et estimation des contraintes aux points de contrôle par l'ensemble des participants [7].

L'estimation du champ thermique initial calculé par l'ensemble des participants est relativement homogène, les hypothèses thermiques étant bien définies dans l'énoncé. En revanche, les contraintes calculées marquent des différences de l'ordre du MPa, correspondant à l'ordre de grandeur des contraintes calculées.

Certains modèles n'ont pas réussi à prédire la fissuration au jeune âge qui est apparue sur le barrage.

Cette modélisation très fine de la construction nécessite un effort de modélisation très conséquent, pour des résultats d'un intérêt limité : les incertitudes sur l'élévation de température et l'évolution de la rigidité du module d'Young restent importantes, et les résultats ne sont pas nécessairement plus précis que la prise en compte d'une température de clavage uniforme.

3.2. Comportement du béton

3.2.1. Gonflement

Le gonflement du béton a été abordé à Valence (2011), à travers le thème A [8].

Plusieurs lois de gonflement ont été utilisées par les différents participants, parfois simplifiées, et pour certains avec couplage avec la loi de Larive [9].

Lorsque les modèles étaient bien calés, l'ensemble des lois a permis de reproduire de manière satisfaisante les déplacements mesurés par l'auscultation. Les résultats des modèles simplifiés (avec peu de paramètres d'entrée) n'étaient pas moins bons que ceux des modèles complexes.

Les contraintes calculées par les différents participants révèlent quelques surprises, y compris dès l'initialisation des contraintes et au premier remplissage du barrage, avant application du gonflement. Néanmoins, 6 participants (sur 12) obtiennent des résultats globalement cohérents entre eux.

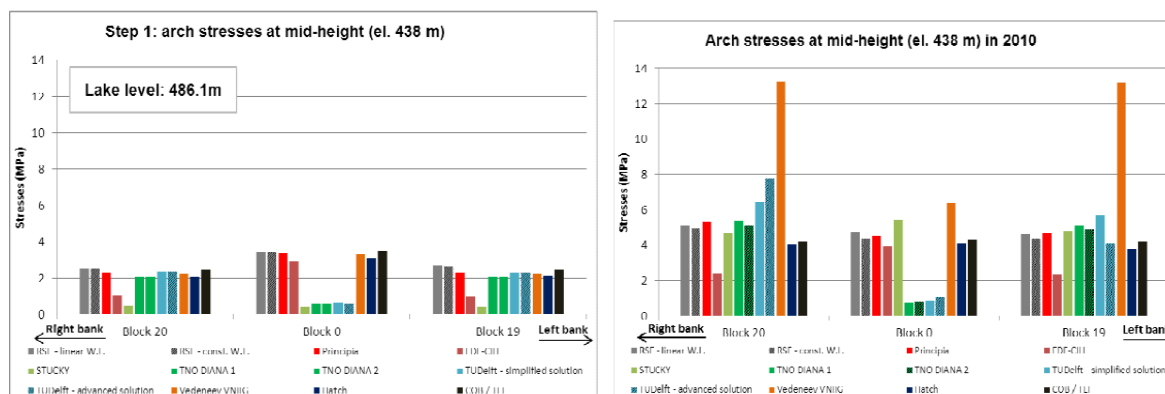


Figure 7 : contraintes d'arc à mi-hauteur après remplissage, et après gonflement, calculées pour les différents participants [8]

Ces résultats illustrent vraisemblablement que l'estimation du comportement soumis à gonflement est à la portée des modèles actuels, mais que les erreurs sont faciles. Un calage sur l'auscultation (et idéalement sur des mesures de contraintes) est recommandé.

3.2.2. Fissuration du béton

La prédiction et la modélisation de la fissuration du béton ont été abordées dans plusieurs benchmarks de calculs. Plusieurs questions ont été soulevées.

- La prédiction de ces fissures, en discutant du choix des chargements et des lois de comportement. En particulier, un des objectifs de la modélisation thermique réalisée à Paris 2003 (§ 3) était de prédire les fissures qui sont apparues au jeune âge sur le barrage, avec des résultats variables ;
- La modélisation des fissures et leurs impacts sur l'ouvrage, en particulier à travers le thème A de Stockholm [10]. Un des objectifs était d'analyser la sensibilité des résultats en fonction du comportement en traction retenu par les différents participants (cf. Figure 45). Les résultats en déplacement sont très sensibles et dépendent non seulement de la loi de comportement choisie, mais également du choix fait sur les paramètres liés à la convergence du calcul non-linéaire – la convergence est atteinte rapidement en contraintes, plus difficilement en déplacement. Néanmoins, la plupart des modèles reproduisent qualitativement le réseau de fissure observé, et les principales adaptations de la voûte. Il resterait aux modélisateurs à conclure si les hypothèses choisies sont conservatives vis-à-vis de l'objectif recherché.

3.3. Remblais

Différents sujets ont été abordés au cours des derniers benchmarks :

- la modélisation de l'érosion d'un remblai suite à un déversement, un modèle physique réduit ayant été réalisé par un laboratoire (Valence 2011 [11]). Il n'y a eu que peu de participants. La problématique liée à l'érosion reste difficile à aborder par la modélisation, et le dimensionnement se base principalement sur des méthodes empiriques ;

- la modélisation d'un CFRD, dont l'objectif était de prédire la fissuration du masque amont (Paris, 2009 [12]). Les non-linéarités sont nombreuses : mise en place par couches, comportement des remblais, comportement de l'interface remblais / dalle en béton, comportement des joints entre plots du masque. L'état de contrainte dans l'ouvrage est globalement bien représenté, mais les contraintes calculées dans la dalle amont varient énormément d'un modèle à l'autre (Figure 8).

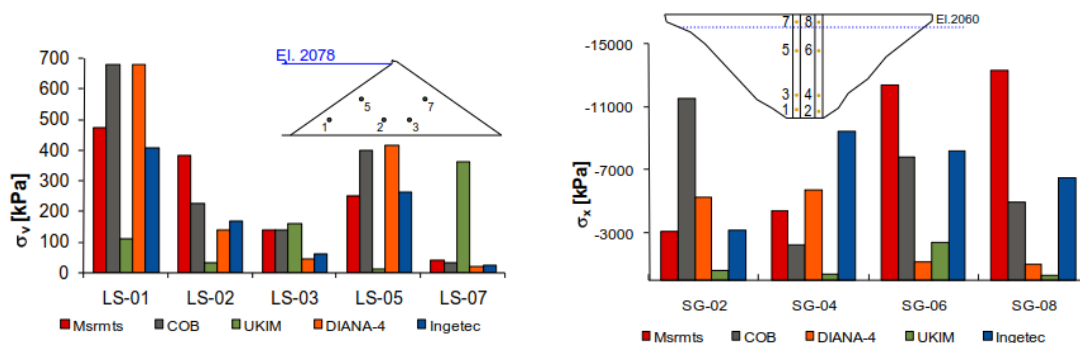


Figure 8 : (Paris 2009, barrage de Mohale) contraintes verticales (à gauche) et contraintes dans le masque (à droite) calculées à l'issue du remplissage du réservoir, après calibration des modèles sur les mesures d'auscultation [12].

3.4. Séismes

Les possibilités de modélisation aux séismes ont fortement évolué les dix dernières années, en particulier pour modéliser les interactions fluide-structure et sol-structure.

Actuellement la plupart des ingénieries sont en mesure de prendre en compte les interactions fluide-structure avec une modélisation de la retenue (avec ou sans prise en compte de la compressibilité de l'eau) et ne sont plus restreintes à la méthode de Westergaard. L'apport de cette modélisation est variable d'un ouvrage à l'autre. Cet aspect a été traité à Graz (2013) [13], Lausanne (2015)[14] et Stockholm (2017)[5], pour respectivement deux barrages-voûtes et un barrage poids-voûte.

L'interaction fluide-structure engendre 3 mécanismes :

- la modification de la fréquence des modes propres de l'ouvrage ;
- des suppressions hydrodynamiques ;
- une dissipation de l'énergie.

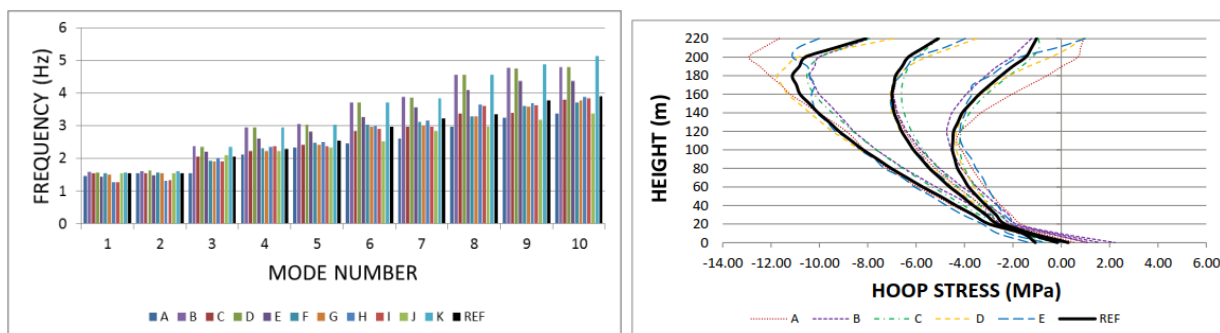


Figure 9 : modes propres d'un barrage voûte avec l'interaction fluide structure (Thème A, Graz 2013 [13])

La Figure 9 représente une comparaison de certains résultats de Graz. La fréquence du mode fondamental est cohérente pour l'ensemble des participants, quelle que soit la méthode choisie pour tenir compte de l'interaction fluide structure. Pour l'ensemble des modes, l'hypothèse de Westergaard donne des fréquences très proches d'une modélisation par fluide compressible. L'hypothèse d'un fluide incompressible donne des fréquences un peu plus élevées. Les enveloppes de contraintes calculées sont similaires quelles que soient les hypothèses considérées. Il semblerait que la modélisation de l'interaction fluide-structure ait un impact plus important sur les barrages-poids (la dissipation de l'énergie est importante) que pour les barrages-voûtes.

Les cas de modélisation de l'interaction sol-structure avec des frontières absorbantes sont également de plus en plus nombreux dans les publications. Les frontières absorbantes ont été abordées à Stockholm (thème B). Ces derniers modèles permettent d'améliorer leur représentativité physique. Ils nécessitent en revanche des efforts de modélisation et de contrôle plus soutenus (paramètres des frontières absorbantes, déconvolution du signal sismique...). Ils permettent de tenir compte d'une dissipation importante apportée par l'interaction fluide-structure. Cette interaction semble plus importante pour les barrage-poids (amortissement équivalent pouvant atteindre 15 à 20 %) que pour les barrages-voûtes (parfois 5%).

4. DES MODELES PROBABILISTES EN APPUI DES ANALYSES DE RISQUES

Les modèles probabilistes sont apparus dans les thèmes du benchmark à Valence (2011) [15]. Leur objectif est de déterminer la défaillance d'un ouvrage non pas à travers un facteur de sécurité pour un jeu de données fixé (modèle déterministe), mais à travers un calcul de probabilité en considérant les données d'entrée comme des variables aléatoires.

Un tirage aléatoire des données d'entrée est réalisé et, pour chaque tirage, il est vérifié la défaillance ou non de la structure. Ces modèles sont pour l'instant limités à des modèles relativement simples pour lesquels il est possible de réaliser un grand nombre de calculs. Des recherches sont en cours pour les étendre à des modèles plus élaborés.

Le premier thème (Valence, 2011) [15] a étudié la stabilité d'un barrage-poids, sous poids propre et différents niveaux d'eau, avec prise en compte ou non de la défaillance du rideau de drainage. La première étape concernait un calcul déterministe, et les suivantes les modèles probabilistes.

Des différences significatives apparaissent pour la plupart des benchmarks entre les résultats des différents participants. Cependant, des différences sont également apparues pour les calculs déterministes à Valence – traduisant sans doute certaines erreurs de calculs, qui ne sont pas liées à la méthode.

Actuellement, ces modèles peuvent guider les maîtres d'ouvrage pour hiérarchiser les priorités de travaux à réaliser, et n'ont pas d'applications réglementaires relatives à la vérification intrinsèque de la stabilité ou de la résistance des ouvrages. Les résultats très différents entre eux observés lors des différents benchmarks soulignent que les questions soulevées par les modèles déterministes (représentativité et fiabilité) concernent également ces modèles probabilistes – la multiplication des calculs rend utopique la vérification de l'ensemble des résultats. Cela nécessite plus que jamais des modèles fiables et robustes.

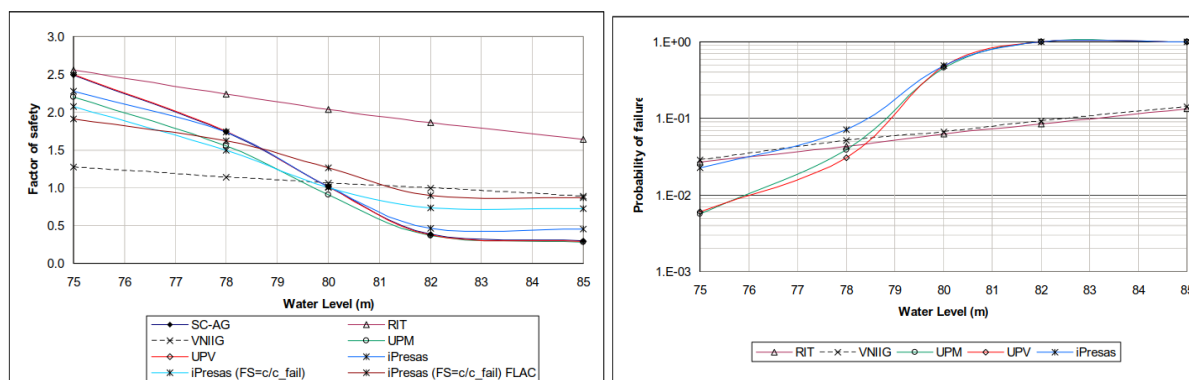


Figure 10 : Valence 2011, facteur de sécurité (gauche) et probabilité de rupture (droite), calculée pour différents niveaux d'eau [15].

5. CONCLUSIONS

Le développement de la puissance des ordinateurs et des logiciels de calcul rend plus facile d'accès la réalisation de modèles complexes. Des problématiques telles que le gonflement, la prise en compte de la fissuration ou des calculs sismiques plus réalistes qui étaient autrefois hors de portée de la modélisation peuvent être analysées via des modèles numériques.

Les bulletins rédigés par le comité A de la CIGB donnent des recommandations pour éviter les principales erreurs. Les benchmarks de calcul permettent également de juger de la maturité et de la fiabilité des modèles numériques pour résoudre certaines problématiques.

Bien que les modèles simples continuent, dans beaucoup de cas d'étude, d'être des outils robustes et performants pour étudier le comportement des barrages et doivent être considérés comme la référence, les modèles complexes peuvent apporter un gain significatif, en particulier pour les ouvrages anciens, parfois pathologiques. Néanmoins, plus un modèle est complexe, plus le risque d'erreur augmente : l'utilisation des modèles complexes doit donc s'accompagner d'un contrôle renforcé et d'un sens critique poussé. Dans tous les cas, le contrôle des calculs par des mesures in-situ reste recommandé quel que soit le type de modèle utilisé.

6. REFERENCES

- [1] Bulletin 94 : logiciels de calcul des barrages – validation, CIGB
- [2] Bulletin 122 : procédure des calculs des barrages, CIGB
- [3] Bulletin 155 : du bon usage des modèles de calcul dans l'ingénierie des barrages, CIGB
- [4] Theme A, The linear-elastic computation of a double curvature arch dam with its foundation under self-weight, hydrostatic load, thermal loads", 1st ICOLD Benchmark Workshop on numerical analysis of dams, Bergamo 1991
- [5] Theme B: Static and seismic analysis of an arch-gravity dam, 14th ICOLD Benchmark Workshop on numerical analysis of dams, Stockholm 2017
- [6] Notice Diana 10.2
- [7] Theme A, Initial strain and stress development in a thin arch dam considering realistic construction sequence, 10th ICOLD Benchmark Workshop on numerical analysis of dams, Paris 2009
- [8] Theme A, effect of concrete swelling on the equilibrium and displacements of an arch dam, 11th ICOLD benchmark workshop on numerical analysis of dams, Valencia, 2011
- [9] C. Larive, Apports combinés de l'expérimentation et de la modélisation à la compréhension de l'alcali-réaction et de ses effets mécaniques. Monographie LPC, Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris, ,1998.
- [10] Theme A, Thermal cracking of a concrete arch dam, 14th ICOLD Benchmark Workshop on numerical analysis of dams, Stockholm 2017
- [11] Theme B, Simulation of the behavior of prototypes of rockfill dams during overtopping scenarios. Seepage evolution and beginning of failure, 11th ICOLD benchmark workshop on numerical analysis of dams, Valencia, 2011
- [12] Theme B, Analysis of a concrete face rockfill dam including concrete face loading and deformation, 10th ICOLD Benchmark Workshop on numerical analysis of dams, Paris 2009
- [13] Theme A, Fluid Structure Interaction, Arch Dam - Reservoir at Seismic Loading, 12th ICOLD benchmark workshop on numerical analysis of dams, Graz, 2013
- [14] Theme A, Seismic safety evaluation of a concrete dam based on guidelines, 13th ICOLD benchmark workshop on numerical analysis of dams, Lausanne, 2015
- [15] Theme C, Estimation of the probability of failure of a gravity dam for the sliding failure mode, 11th ICOLD benchmark workshop on numerical analysis of dams, Valencia, 2011

