

CALCUL PROBABILISTE D'UN BARRAGE POIDS – COMMENT ESTIMER ET AMELIORER LA FIABILITE D'UN OUVRAGE AVEC UN EXEMPLE PRATIQUE DE CALCUL

Probabilistic calculation of a gravity dam-How estimate and improve the reliability of a dam through a calculation practical example

Moez JELLOULI, Adrien JOUANIQUE
ISL Ingénierie, 75 Boulevard Macdonald 75019 Paris
jellouli@isl.fr ; jouanique@isl.fr

MOTS CLEFS

Barrage poids, calcul probabiliste, simulations de Monte Carlo, variable aléatoire, historique des sollicitations.

KEY WORDS

Gravity dam, probabilistic calculations, Monte Carlo simulations, random variable, time history of loadings.

RÉSUMÉ

L'approche probabiliste est une approche innovante dans le domaine des barrages. Cette approche est portée par une logique différente de l'approche classique basée sur les états limites et met l'accent sur les incertitudes présentes dans tout cas réel. L'objet du travail présenté dans cet article est de montrer un exemple de calcul pratique pour un cas réel. Cet exemple permet d'apprécier à la fois la difficulté de réaliser un calcul probabiliste mais aussi les enseignements qu'il peut apporter par rapport à un calcul classique déterministe ou semi probabiliste.

Après une courte introduction, l'article présente la méthode de calcul basée sur une évolution de la méthode de Monte-Carlo. Il détaille ensuite le choix des paramètres d'entrée et des lois de probabilité qui leur sont affectées. Il montre finalement les résultats des calculs probabilistes et l'influence de chaque paramètre pris séparément ou en analyse croisée. La synthèse finale établit une liste des principaux enseignements que cet exemple a permis de mettre en lumière et des perspectives du travail qui reste à faire.

ABSTRACT

The probabilistic approach is an innovative approach in dams engineering. This method is based on a different logic than the usual calculation approaches. Instead of being based on limit states it is focused on the uncertainties present in each real case. The purpose of this article is to show a calculation example for a real case. This example shows the difficulties of probabilistic calculation but also the additional information that can be given by this approach compared to a determinist or half-probabilistic calculation methods.

After a short introduction, the article explains the calculation method based on Monte-Carlo simulations. Then it details the choice of the input parameters and the probability models given to these parameters. Finally it shows the results and analyses the impact of each parameter alone or in a cross-analysis. To conclude, it enumerates the lessons learned with this example and the future improvements that can be done.

1. INTRODUCTION

Cet article décrit la mise en œuvre d'une approche probabiliste pour estimer la fiabilité d'un barrage poids. Cette approche est développée dans le cadre d'une recherche interne au sein d'ISL pour améliorer la compréhension des aléas et leur poids quant à la sûreté d'un ouvrage dimensionné avec les approches semi-probabilistes classiques, selon les recommandations du CFBR. Contrairement à ces approches classiques qui visent à dimensionner ou vérifier la stabilité des ouvrages pour des cas de charges bien définis et avec des marges de sécurité imposées via les différents coefficients de sécurité, l'approche probabiliste tente de présenter l'aléa de la manière la plus fidèle possible en considérant le caractère aléatoire de chaque paramètre ayant un impact sur la stabilité de l'ouvrage.

L'approche probabiliste est plus difficile à mettre en œuvre qu'une approche classique. Elle nécessite d'abord une certaine connaissance des paramètres d'entrée et de leurs aléas. Elle nécessite aussi une méthodologie adaptée et des moyens de calcul qui permettent de calculer un grand nombre de cas possibles. En contrepartie, cette approche comporte moins d'artefacts de calcul, comme les coefficients de sécurité partiels par exemple. Elle permet aussi de tenir compte de

manière plus objective de l'incertitude sur les paramètres d'entrée. Ceci permet in-fine d'identifier les facteurs de risque les plus importants pour la sécurité de l'ouvrage et d'améliorer sa sûreté lorsque cela s'avère nécessaire. Les méthodes de calcul probabiliste permettent de quantifier la probabilité de rupture et les scénarios qui y mènent, alors que les méthodes semi-probabilistes visent à garder une marge de sécurité forfaitaire non directement liée à la probabilité de rupture de l'ouvrage et définie pour des combinaisons de charges limitées en nombre.

Cet article décrit dans un premier temps la méthodologie générale utilisée par ISL pour la mise en œuvre de l'approche probabiliste. Elle décrit ensuite le choix des paramètres de calcul et présente enfin les résultats des calculs menés et leur interprétation.

2. DESCRIPTION DE LA METHODE DE CALCUL

2.1. Principe général des calculs probabilistes

Dans un calcul classique aux états limites, la stabilité du barrage est évaluée en considérant un nombre prédéfini de combinaisons de charges. En fonction de la probabilité d'occurrence de chaque combinaison de charge (quasi permanente, rare ou extrême), des coefficients de sécurité partiels sont appliqués aux paramètres de résistance et une marge de sécurité globale est requise. La stabilité du barrage est considérée comme "vérifiée" si les marges de sécurité sont respectées pour toutes les combinaisons de charge.

Dans une approche probabiliste la logique est différente. Les paramètres d'entrée sont considérés comme des aléas que l'on représente par des lois de probabilité, sous forme de densité de probabilité ou de fonction de répartition. Ces paramètres d'entrée peuvent être une sollicitation (cote de retenue, séisme, etc...) ou un paramètre de résistance (cohésion, angle de frottement, etc...). Une densité de probabilité étalée reflète une grande incertitude et une densité de probabilité étroite une incertitude faible sur ce paramètre. Un exemple de densité de probabilité et de fonction de répartition est donné dans les figures ci-dessous.

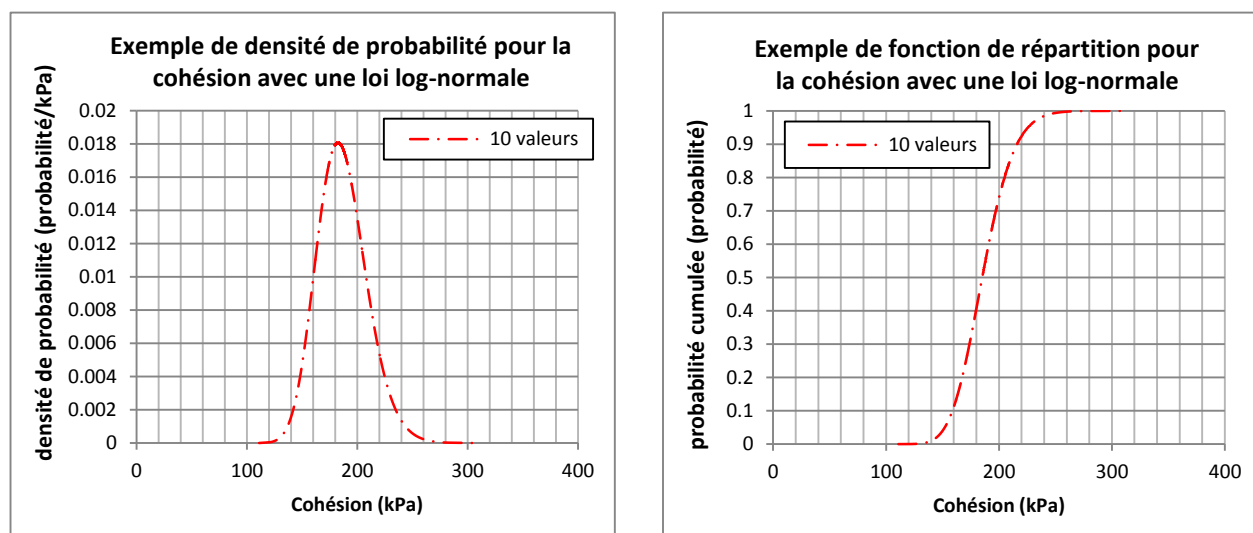


Figure 1: Exemple de loi de probabilité représentée sous forme de densité de probabilité (gauche) ou de fonction de répartition (droite)

Le résultat final d'un calcul probabiliste n'est pas binaire (oui / non) mais une probabilité de rupture du barrage que l'on apprécie dans cet exemple sur un rythme annuel qui peut s'extrapoler par la suite sur la durée de vie souhaitée de l'ouvrage. Afin de donner un ordre de grandeur, une probabilité de rupture acceptable est généralement comprise entre 10^{-5} /an et 10^{-8} /an pour des ouvrages de grande importance.

2.2. Méthode de calcul utilisée

La méthode de calcul utilisée est une adaptation de la méthode de Monte-Carlo largement utilisée dans le domaine des calculs probabilistes. De manière schématique, on peut considérer une fonction « F » qui donne des valeurs binaires : « 0 » pour non rupture du barrage et « 1 » pour rupture du barrage. Cette fonction est le résultat d'un calcul de stabilité avec des paramètres d'entrée $X_1, \dots, X_i$. Des simulations sont réalisées de manière aléatoire. Il suffit par la suite de compter le nombre de ruptures par rapport au nombre total de simulations, ce qui permet d'estimer la probabilité de rupture du barrage. La loi des grands nombres fait que la moyenne converge vers l'espérance de $F(X_1, \dots, X_i)$ qui est la probabilité de rupture théorique du barrage :

$$p = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^N F(X_1, \dots, X_i)}{N}$$

Dans le cas des barrages, la probabilité annuelle de rupture est généralement inférieure à 10^{-4} , voire parfois inférieure à 10^{-7} . Ceci nécessite un nombre très important de simulations : il faut en général au moins quelques centaines de simulations atteignant la rupture pour avoir une estimation grossière de la probabilité de rupture. Le nombre N de simulations peut donc se compter en centaines de millions, ce qui rend les calculs très longs, même en considérant des calculs sur un modèle simplifié.

Une adaptation de la méthode de Monte-Carlo classique a donc été nécessaire pour réduire les temps de calcul. Cette adaptation consiste à échantillonner les paramètres d'entrée de façon à augmenter le nombre de simulations conduisant à la rupture. Par exemple, pour une cohésion dont la densité de probabilité est définie entre 0 et 1 MPa, cet intervalle sera divisé en plusieurs tranches inégales. Les tranches proches de 0 MPa seront plus nombreuses que les tranches proches de 1 MPa et leur probabilité d'occurrence sera en contrepartie plus faible que celle calculée avec un échantillonnage uniforme. Le croquis pédagogique suivant permet de visualiser la procédure en considérant 2 variables aléatoires : la cohésion et la cote amont de la retenue. L'échantillonnage de chaque variable se compte en plusieurs milliers d'intervalles (N_{ech}). Les combinaisons possibles sont donc $(N_{ech})^m$, avec "m" le nombre de variables aléatoires considérées.

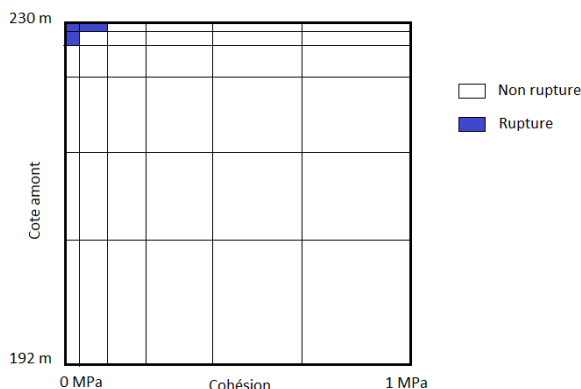


Figure 2 : Adaptation de la méthode de Monte-Carlo – principe de l'échantillonnage

Le calcul de la probabilité de rupture est par suite réalisé en deux étapes :

- Tirage de N simulations aléatoires parmi les $(N_{ech})^m$ combinaisons possibles. Chaque combinaison a une probabilité d'occurrence p_j calculée en intégrant la densité de probabilité de chaque variable aléatoire.
- La probabilité de rupture est estimée de la manière suivante :

$$p = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\sum_{j=0}^N p_j F(x_{1j}, \dots, x_{ij}) / \sum_{j=0}^N p_j \right)$$

Avec : " x_{ij} " le milieu de l'intervalle considéré dans l'échantillonnage de la variable "i" pour le tirage "j".

En pratique, le nombre de tirages augmente progressivement jusqu'à atteindre une relative stabilisation de la probabilité de rupture. Grâce à cette procédure ceci est en général atteint à partir de quelques milliers de ruptures simulées ce qui correspond à quelques centaines de milliers de simulations. La convergence des calculs est un paramètre important qui caractérise la fiabilité du résultat final. Les tests donnés par la suite montrent que des calculs différents, avec des tirages aléatoires différents, conduisent à des probabilités de rupture relativement proches.

2.3. Paramètres d'entrée

La première étape du calcul consiste à attribuer une densité de probabilité aux paramètres d'entrée du calcul choisis comme variables. Pour cela deux cas de figure se présentent :

- Le premier cas, en général plus simple, est lorsqu'on dispose de données voire d'études statistiques. Ceci est en particulier le cas des phénomènes naturels : la cote amont peut être calculée à partir de l'hydrologie, la sismicité peut être estimée à partir d'études probabilistes, etc.
- Le deuxième cas est celui de données d'entrée dont on dispose de quelques mesures ponctuelles. Ceci est en particulier le cas de la géotechnique (cohésion, angle de frottement), des hypothèses de rabattement des sous-pressions, etc. Dans ce deuxième cas des méthodes statistiques permettent d'évaluer la densité de probabilité en fonction des mesures disponibles. Un exemple sera donné dans cet article pour le choix de la densité de probabilité de l'angle de frottement et de la cohésion à l'interface béton/rocher.

Les paragraphes suivants expliquent le principe proposé pour estimer la densité de probabilité d'une variable « V » à partir de N mesures disponibles. Pour cette variable, « μ » désignera l'espérance (moyenne) et « σ » l'écart-type.

2.3.1. Choix de la loi de probabilité

Le choix de la loi la plus adaptée parmi les lois usuelles est un aspect important. Certaines informations comme la positivité de la variable d'intérêt, sa symétrie, ou le fait que la variable d'intérêt soit issue de l'étude de maxima sur une période peuvent conduire à orienter le choix. On trouve des suggestions sur le choix des densités de probabilité dans la littérature comme dans l'article de H. Kreuzer et P. Léger [2]. Si aucune information ne permet de faire émerger un modèle plus adapté, certains tests statistiques comme le test du "khi-2" (non présenté dans cet article) peuvent être utiles.

Lois usuelles :

- Loi normale : la loi normale ou Gaussienne peut être utilisée pour une répartition symétrique autour d'une valeur moyenne.
- Loi log-normale : la loi log-normale est la loi suivie par une variable dont le logarithme suit une loi normale. Cette loi est pratique lorsque le paramètre variable est toujours positif.
- Loi Gamma : la loi Gamma est en général utilisée pour modéliser des phénomènes de durée de vie cependant, elle est aussi particulièrement adaptée dans le cas d'une distribution très asymétrique et présentant une décroissance très rapide en queue.
- Loi de Gumbel : la loi de Gumbel est bien adaptée pour représenter des événements extrêmes comme les crues.
- Loi de Weibull : cette loi est bien adaptée pour modéliser l'intensité des séismes.

D'autres lois existent dans la littérature et peuvent être utilisées si cela est justifié par les statistiques disponibles pour le paramètre variable. Il est également pratique de borner les lois entre un maximum et un minimum. Si la probabilité de dépasser ces bornes est très faible (de l'ordre de la probabilité de rupture calculée à la fin), cela n'aura aucune incidence significative sur les résultats du calcul.

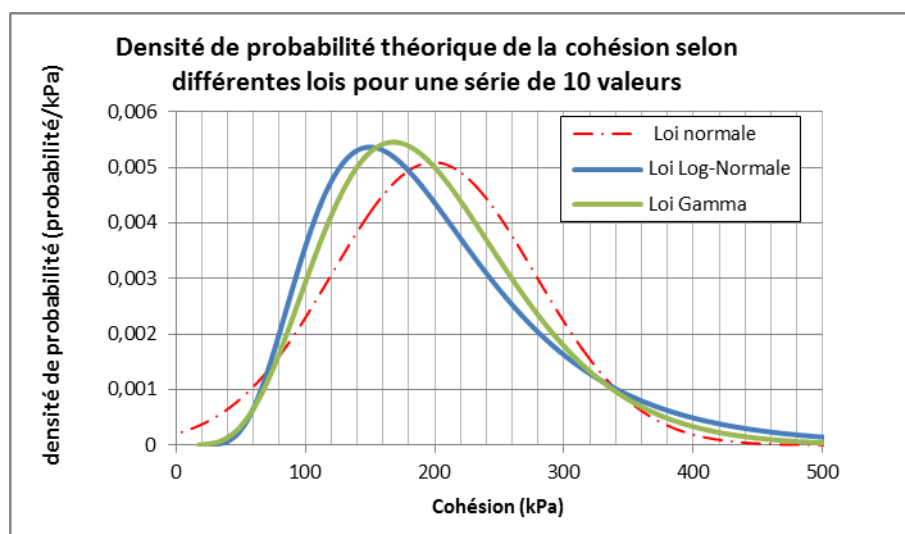


Figure 3: Lois de probabilité calées sur une série de valeurs de moyenne 200 kPa et d'écart-type 78 kPa

2.3.2. Calcul des paramètres de la loi

L'ajustement des différentes lois de probabilité peut se faire en identifiant leurs paramètres grâce à l'estimation des moments. En effet pour chacune des lois envisagées une relation existe entre les paramètres de la loi, l'espérance et l'écart type. Pour réaliser les ajustements sur une série de valeurs, il faut donc procéder en deux temps : (1) estimer la moyenne et l'écart-type à partir des données disponibles puis (2) en déduire une estimation des paramètres des lois.

Les relations suivantes peuvent être utilisées :

- pour la loi normale, les paramètres de la loi sont directement la moyenne et l'écart type de la série de données.
- pour la loi log-normale, on identifie les paramètres de la loi à l'aide de la moyenne et de l'écart type des logarithmes népériens des valeurs de la série initiale,
- pour les autres lois (Gamma, Gumbel, etc...), la moyenne et l'écart type sont donnés par des expressions que l'on retrouve facilement dans la littérature en fonction des paramètres des lois.

Comme la méthode repose sur une identification des paramètres des lois à partir de μ et σ , plus le nombre de mesures est important plus l'ajustement d'une loi de probabilité est précis.

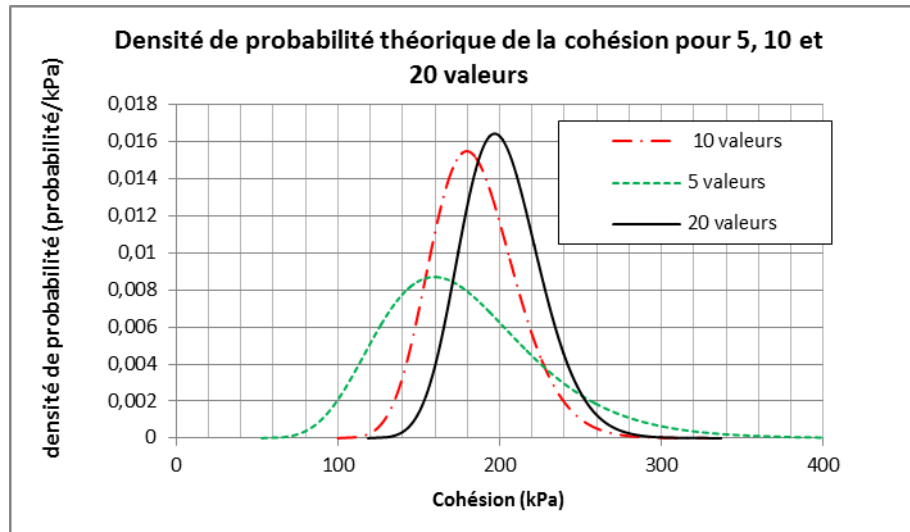


Figure 4 : lois log-normales ajustées avec la méthode des moments sur des séries de 5, 10 et 20 mesures

3. CAS D'ETUDE

3.1. Description de l'ouvrage

L'étude est réalisée sur un barrage-poids en BCR qui est en cours d'étude. Il s'agit d'un projet de barrage situé en Afrique. La géométrie de l'ouvrage est la suivante :

- hauteur de 90 m,
- le contact barrage-fondation le plus bas est situé à la cote 115 m,
- parement amont vertical,
- parement aval de pente 0.8H/1V,
- galeries de drainage situées à 3 m du parement amont aux cotes suivantes : 129 m, 150 m et 175 m.

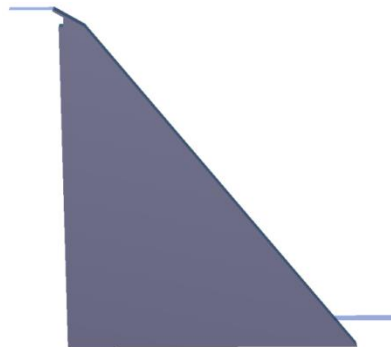


Figure 5: Coupe du modèle utilisée au droit du seuil déversant

3.2. Données d'entrée

Dans le cadre de cet exemple d'application certains paramètres sont laissés fixes et d'autres sont considérés comme variables. Une densité de probabilité est attribuée à chaque paramètre variable.

3.2.1. Paramètres choisis comme constants

Les paramètres suivants ont été pris constants pour simplifier les calculs mais il peut être envisagé de les faire varier eux aussi :

- densité du BCR = 2,3,
- coefficient de rabatement $\lambda = 40\%$,
- niveau d'eau aval $H_{\text{aval}} = 122$ m, soit 7 m au-dessus du contact barrage-fondation.

3.2.2. Paramètres variables

Les paramètres suivants ont été considérés comme variables : l'angle de frottement, la cohésion au niveau de l'interface fondations/BCR et la cote amont. Des densités de probabilité leur ont donc été attribuées pour pouvoir procéder aux simulations.

Pour les études de sensibilité au séisme, le PGA horizontal a été introduit comme paramètre variable également.

3.2.2.1. Angle de frottement et cohésion à l'interface barrage / fondation

Pour attribuer une densité de probabilité à l'angle de frottement ainsi qu'à la cohésion, on dispose d'une série de 20 mesures. Cette série a été rétrécie pour mener des études de sensibilité au nombre de mesures disponibles. On dispose donc finalement de 3 séries de 5, 10 et 20 mesures. La série de 10 mesures sera considérée comme référence pour les comparaisons.

Etant donné que ces deux variables sont positives, la loi log-normale semble la plus adaptée et a été utilisée. Ce choix est également recommandé dans l'article de H. Kreuzer et P. Léger [2].

Les séries de données sont présentées dans le tableau ci-dessous (classées dans l'ordre croissant).

	φ (°)			cohésion (kPa)		
	5 valeurs	10 valeurs	20 valeurs	5 valeurs	10 valeurs	20 valeurs
	37,5	37,5	37,5	80	80	50
	40	38	38	100	100	80
	40,5	39	38	230	150	100
	41	40	38,5	250	160	120
	44	40	39	330	200	150
		40,5	39,5		210	160
		41	39,5		230	180
		41,5	40		250	190
		43	40		280	200
		44	40		330	210
			40,5			230
			41			240
			41			250
			41			280
			41,5			300
			42			320
			43			320
			43			330
			44			380
			45			420
Moyenne	40,6	40,45	40,6	198	199	225
Ecart-type des moyennes	1,04	0,65	0,45	47	25	22

Tableau 1: Série de données d'entrée

Il est important de noter que l'angle de frottement et la cohésion qui seront pris en compte dans les calculs sont les paramètres moyennés le long de l'interface barrage/fondation. Les lois de probabilité correspondent donc à la moyenne des valeurs probables et non à chaque valeur comme si elle s'étendait sur toute l'interface barrage/fondation.

Selon le théorème central limite appliqué à une loi normale ou log-normale, la loi de probabilité de la moyenne est une loi de probabilité de même type et de même moyenne, avec une variance divisée par le nombre d'échantillons disponibles.

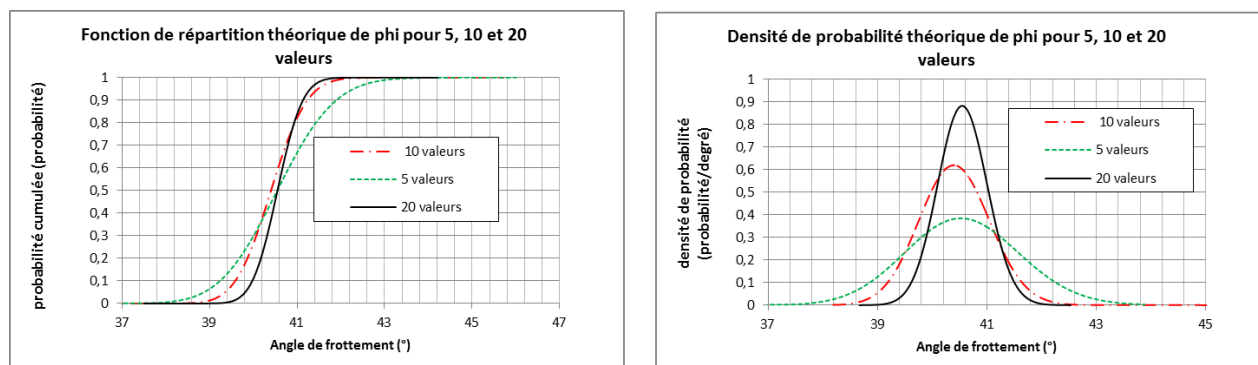


Figure 6: Fonctions de répartition et densités de probabilité pour l'angle de frottement

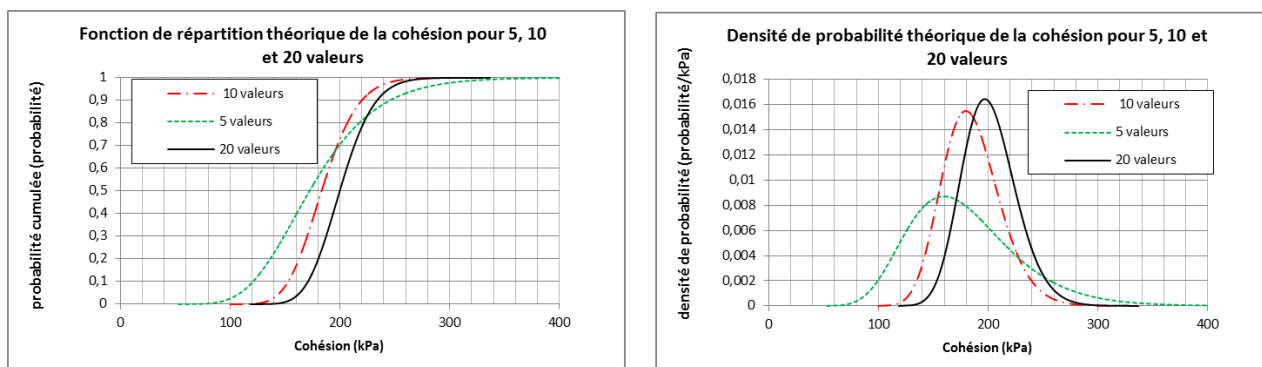


Figure 7: fonctions de répartition et densités de probabilité pour la cohésion

La série de 10 mesures est considérée pour le calcul de référence et les séries correspondant à 5 et 20 mesures seront utilisées pour les études de sensibilité.

3.2.2.2. Cote amont

La cote de retenue normale du barrage est égale à 200,00 m, celle des plus hautes eaux est de 204,57 m et correspond à une période de retour de 100 000 ans en cas de bon fonctionnement des évacuateurs de crue. Dans le cadre de notre calcul, la cote maximale considérée est de 206,14 m ce qui correspond à une crue de période de retour supérieure à 1 million d'années. La cote amont suit une loi de probabilité calculée en considérant le cas d'un fonctionnement normal des vannes (80% des cas) et deux cas de panne (1 vanne ou 2 vannes bloquées, 10% chacun). Le calcul de la cote amont est un calcul de laminage classique en sommant les probabilités de chaque cas considéré. Il n'y a aucun besoin de passer par un tirage de Monte-Carlo.

$$P\{H > H_0\} = \text{somme}(n = 1..3, P\{H > H_0\} \text{ ET } \{\text{scénario } n\}) \times P\{\text{scénario } n\}$$

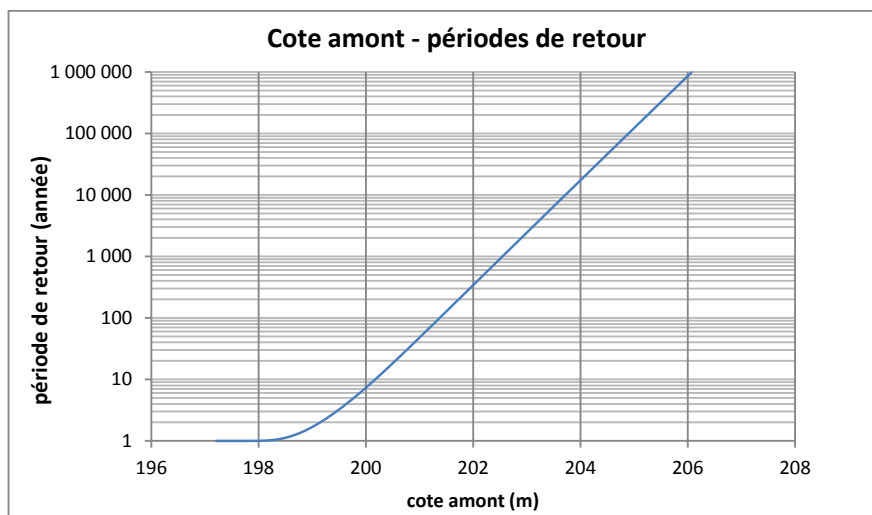


Figure 8: Cote amont en fonction de la période de retour

3.2.2.3. Séisme

L'étude sismique spécifique du site n'a pas encore été réalisée. L'ajustement d'une loi de Weibull est alors réalisé en considérant une zone de faible sismicité. Les quantiles utilisés pour l'ajustement de la loi sont les suivants :

Période de retour	PGA (m ² /s)
150	0,4
500	0,7
1000	0,9
3000	1,2
10000	1,5

Tableau 2: Quantiles utilisés pour ajuster une loi de Weibull

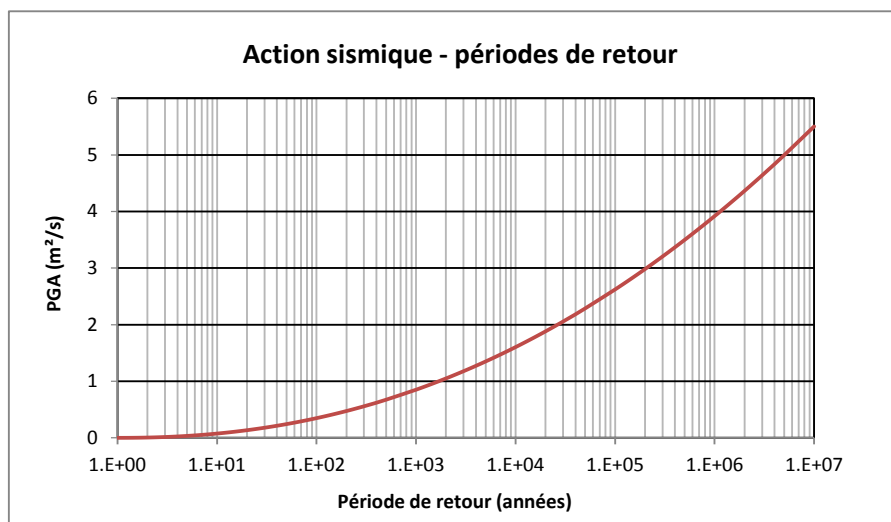


Figure 9: Fonction de répartition des PGA issue d'une loi de Weibull ajustée sur les quantiles d'entrée

Les calculs étant réalisés par la méthode pseudo-statique, le dépassement du critère de cisaillement ne signifie pas forcément la rupture du barrage mais un éventuel début des déplacements irréversibles. Pour cette raison, les calculs sismiques sont séparés des autres calculs et traités en dernière partie.

3.3. Calcul semi-probabiliste selon les recommandations du CFBR

Le barrage étudié est un barrage récent qui a été dimensionné selon les recommandations du CFBR. Un bref aperçu de ce calcul est donné ici pour pouvoir les comparer avec les calculs probabilistes détaillés par la suite. On peut noter que les valeurs caractéristiques de cohésion et d'angle de frottement correspondent aux valeurs moyennes arrondies au chiffre inférieur et que le cas dimensionnant est le cas quasi-permanent sous RN :

Paramètre	Cohésion (kPa)	angle de frottement (°)
Valeur	200	40

Tableau 3: Hypothèses de calcul

Le coefficient $SFF = \frac{S \times C + V \times \tan(\varphi)}{F_c + \frac{F_\phi}{H}}$ est calculé. Les valeurs des coefficients de sécurité utilisés selon les situations de projet sont rappelées dans ce tableau :

	Situation quasi-permanente	Situation rare	Situation extrême
F_c	3	2	1
F_ϕ	1,5	1,2	1

Tableau 4: Coefficients de sécurité pris en compte dans le calcul de SFF

Les résultats du calcul de dimensionnement sont résumés dans ce tableau :

Sans Défaillance	Nom du cas de charge	Type de situation de projet	SFF	Valeur minimale	Justifié
	RN	Quasi-permanente	1,02	1	Oui
	PHE (Q1000 + 2 pertuis ouverts)	Rare	1,158	1	Oui
	RN + séisme de 0,15 g	Rare	1,29	1	Oui
	Crue extrême (Q100 000 + 2 pertuis ouverts)	Extrême	1,474	1	Oui
Avec Défaillance	RN+ Défaillance du drainage	Extrême	1,131	1	Oui
	Q10 000 + 1 pertuis ouvert car mauvais fonctionnement	Extrême	1,488	1	Oui
	RN + Défaillance des pompes	Rare	1,158	1	Oui

Tableau 5: Résultats des calculs à l'effort tranchant

4. RESULTATS DU CALCUL PROBABILISTE ET INTERPRETATIONS

4.1. Simulations et convergence

Les calculs ont nécessité 600 000 simulations pour atteindre une convergence satisfaisante. 11 628 cas de rupture ont été détectés pour une probabilité de rupture totale de $1,02 \cdot 10^{-6}$. Le nombre de ruptures est assez élevé pour pouvoir réaliser des post-traitements et notamment présenter les résultats sous formes d'histogrammes. On peut noter également que 3 séries de calculs ont été testés avec une convergence relativement similaire malgré le caractère aléatoire des tirages comme le montre le graphique ci-dessous.

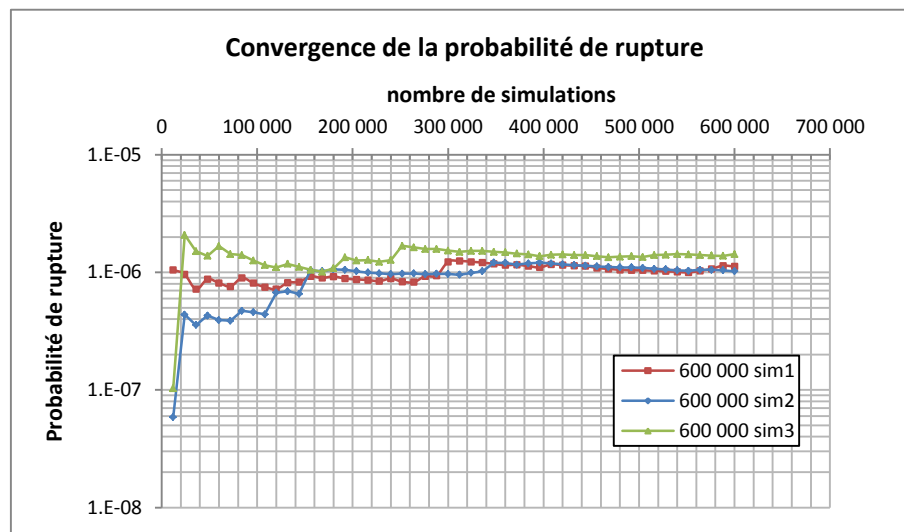


Figure 10: Courbes de convergence de la probabilité de rupture avec le nombre de simulations

4.2. Etude de l'influence de chaque paramètre variable

L'analyse statistique des simulations ayant conduit aux ruptures est un outil qui permet de mieux comprendre l'influence de chaque paramètre variable. Une première étape est de regrouper les ruptures par intervalles réguliers de variation du paramètre. Cette étape permet de tracer les histogrammes de ruptures en fonction de chaque paramètre variable.

La deuxième étape est de comparer ces histogrammes à la densité de probabilité définie pour ce paramètre en données d'entrée (cf. chapitres précédents) :

- si le paramètre n'a aucune influence, l'histogramme des ruptures est une homothétie de la densité de probabilité du paramètre : par exemple si quel que soit l'intervalle considéré, la probabilité de rupture est de 1/100 de la probabilité que le paramètre soit dans cet intervalle, alors la rupture dépend d'autres paramètres et ce paramètre n'a aucune influence,
- au contraire si le paramètre a une influence importante, on verra que les ruptures simulées se concentrent vers les valeurs défavorables du paramètre alors que pour les valeurs favorables aucune rupture n'est atteinte.

Une autre façon de représenter la même chose est de calculer la probabilité conditionnelle de rupture qui est le ratio entre les deux courbes décrites précédemment :

$$P(\{\text{rupture}\} | \{X_0 < \text{paramètre} < X_1\}) = P(\{\text{rupture}\} \text{ ET } \{X_0 < \text{paramètre} < X_1\}) / P(\{X_0 < \text{paramètre} < X_1\})$$

On comprend aisément que si cette probabilité est constante, le paramètre n'a aucune influence sur la rupture. Par exemple si la rupture conditionnelle est de 1/100 quelque soit la valeur du paramètre, alors il n'a aucune influence sur la rupture du barrage.

Les cas étudiés par la suite sont des exemples pratiques de ces comparaisons. L'influence du paramètre sera alors jugée en fonction de la répartition de la probabilité conditionnelle entre une répartition étalée et constante et une répartition plus inégale et concentrée aux valeurs extrêmes.

4.2.1. Etude de l'influence de la cote de la retenue

Pour étudier l'influence de la cote de la retenue, on calcule la probabilité de rupture en-dessous de chaque cote donnée Z_0 en sommant directement la liste des ruptures calculées avec comme donnée d'entrée une cote amont inférieure à Z_0 . Le graphique ci-dessous présente cette probabilité (échelle de gauche) en la comparant à la probabilité d'atteindre la cote Z_0 donnée par la loi de Gumbel (échelle de droite).

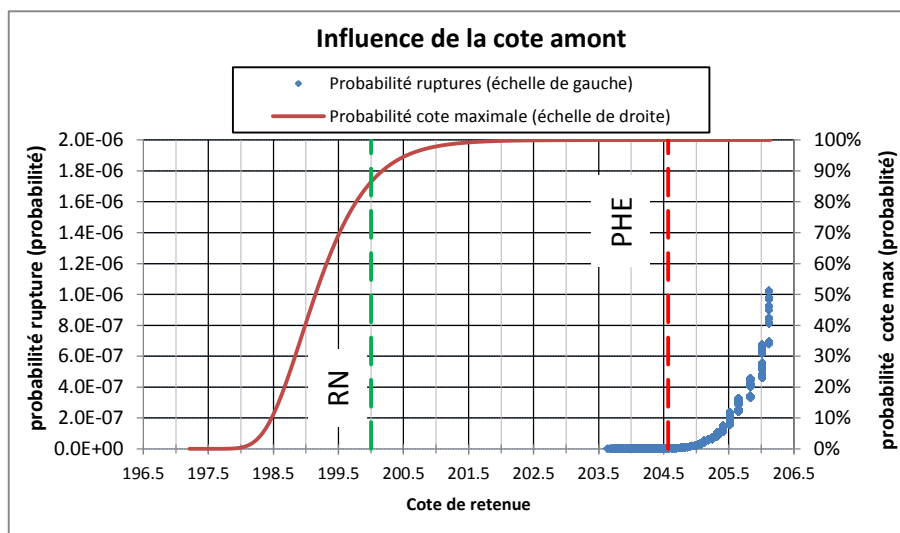


Figure 11 : Comparaison de la fonction de répartition de la cote et des probabilités cumulées des ruptures

La figure précédente montre que la cote de retenue est un facteur déterminant pour la stabilité du barrage. La majeure partie des ruptures se produit pour des cotes supérieures à la cote PHE et elles sont toutes au dessus de la cote 203,5 m qui correspond à une crue de période de retour 6 500 ans. On constate que 90% des ruptures correspondent à une cote amont supérieure à 205,3 m, soit la cote de période de retour 150 000 ans.

Le graphique suivant donne la probabilité conditionnelle calculée en fonction de la cote de la retenue. On y voit par exemple que la probabilité de rupture n'est que de 20% si la cote amont atteint 206 m, soit la cote de période de retour 1 million d'années.

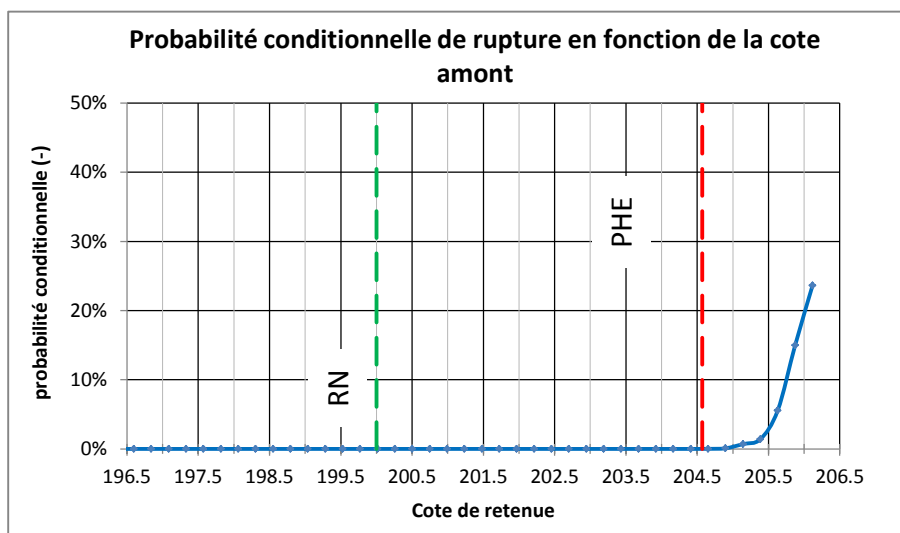


Figure 12: Probabilité conditionnelle de rupture en fonction de la cote de la retenue

4.2.2. Etude de l'influence de l'angle de frottement à l'interface barrage / fondation

La même démarche est appliquée à l'angle de frottement. On remarque que ce paramètre a une influence moindre que celle de la cote de la retenue puisque des ruptures sont calculées pour des angles de frottement allant jusqu'à 41°. 60% des ruptures ont lieu dans les 25% des valeurs d'angle de frottement les plus basses (entre 37° et 40°). Cela traduit un décalage des ruptures vers la zone des angles de frottement les plus faibles. Cette tendance est également visible en comparant la densité de probabilité déterminée pour φ et l'histogramme des ruptures détectées.

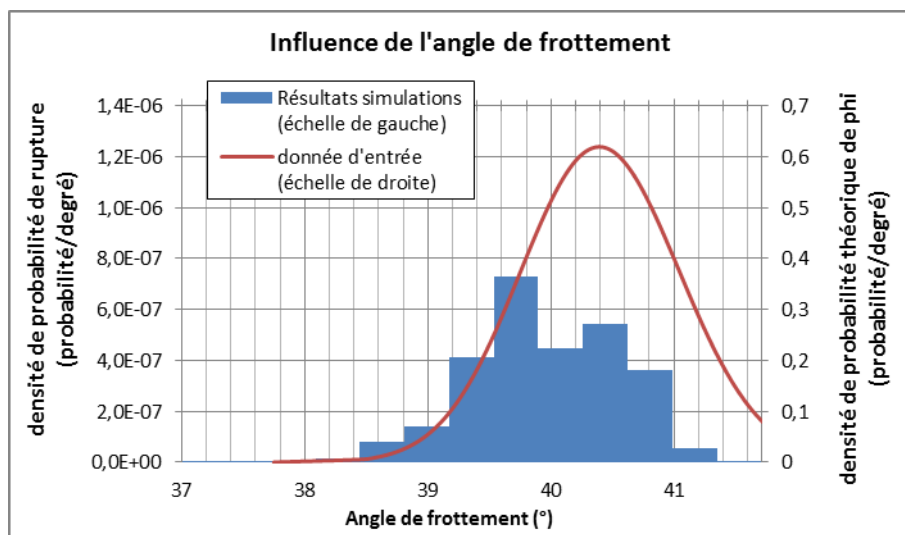


Figure 13 : Comparaison de l'histogramme des ruptures et de la densité de probabilité théorique de l'angle de frottement

4.2.3. Etude de l'influence de la cohésion à l'interface barrage / fondation

Le même post-traitement est réalisé avec la cohésion. Il semble que la cohésion soit un paramètre plus influent que l'angle de frottement sur la probabilité de rupture du barrage car le décalage des ruptures vers les valeurs faibles de cohésion est encore plus marqué que celui observé dans le cas de l'angle de frottement. 80% des ruptures ont lieu dans les 25% des valeurs de cohésion les plus basses (entre 80 kPa et 170 kPa).

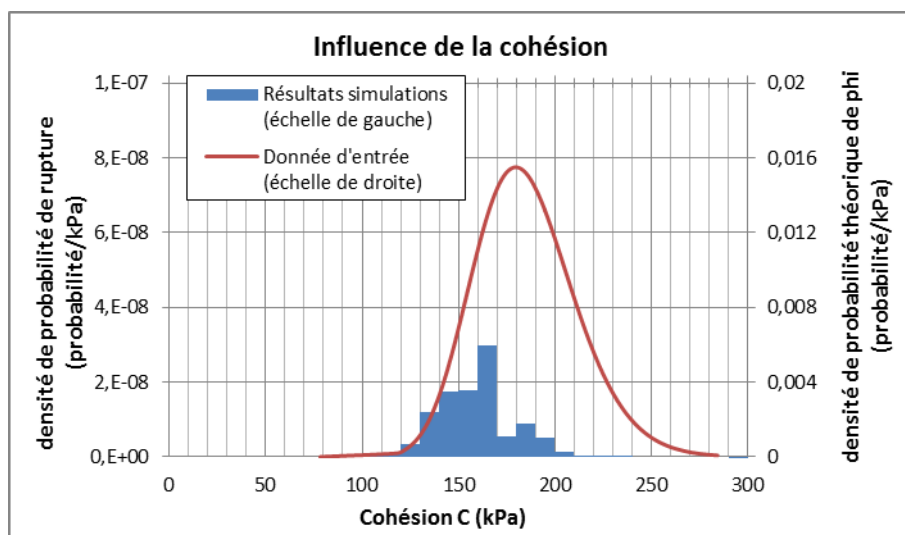


Figure 14 : Comparaison de l'histogramme des ruptures et de la densité de probabilité de la cohésion

4.3. Analyse croisée

Les analyses croisées permettent d'avoir une visualisation plus globale de l'influence des paramètres. Un exemple est donné dans le graphique ci-dessous. Ce graphique représente la liste des ruptures calculées sous forme de nuage de points en fonction de la cote de la retenue, de l'angle de frottement et d'un seuil pour la cote de retenue. Cette représentation permet entre autre de voir que :

- Toutes les ruptures sont situées en dessous d'un seuil représenté par le trait continu.
- Les ruptures pour des cotes de retenue "basses" sont confinées aux valeurs d'angle de frottement ET de cohésion faibles.

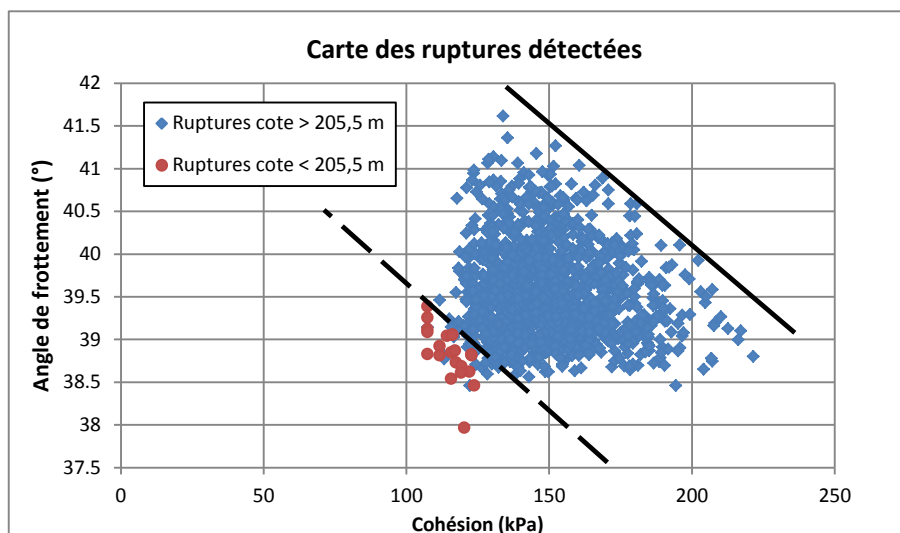


Figure 15 : Analyses croisées des cas de ruptures

Une telle analyse croisée est particulièrement intéressante si par ailleurs on peut démontrer que la cohésion et l'angle de frottement ne peuvent pas être en-dessous d'un certain seuil. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas des barrages ayant subi de fortes crues, sans dégâts, et pour lesquels l'hydrologie est revue à la hausse. Ces calculs montrent comment cette information peut être utilisée pour éliminer les scénarios du pire et compenser en partie la revue à la hausse de l'hydrologie. Dans cet exemple, qui n'est pas représentatif vu la faible probabilité de rupture globale, si la zone correspondant à la cote inférieure à 205,5 m est éliminée, la probabilité de rupture baisse de 10^{-6} à $0,76 \cdot 10^{-6}/\text{an}$.

4.4. Impact de l'incertitude sur les données d'entrée

Il est aisé de comprendre que plus on dispose de mesures, mieux on connaît les paramètres d'entrée et plus on peut éliminer les scénarios les plus défavorables. Disposer de plus d'essais apporte en réalité deux effets :

- une diminution de l'écart type sur les valeurs moyennes utilisées dans le calcul : effet qui devrait être toujours favorable,
- un éventuel décalage des valeurs moyennes si les mesures supplémentaires sont plus favorables ou défavorables que les premières mesures.

Dans le cas présent, l'exercice de calcul a été mené en considérant 5, 10 et 20 mesures comme données d'entrée pour la cohésion et l'angle de frottement comme précisé dans le §3.2.2. Pour chaque série, les densités de probabilité de l'angle de frottement et de la cohésion sont attribuées. Le résultat final en termes de probabilité de rupture est le suivant :

- série de 5 mesures : $p = 3,96 \cdot 10^{-6}/\text{an}$
- série de 10 mesures : $p = 1,02 \cdot 10^{-6}/\text{an}$
- série de 20 mesures : $p = 0,39 \cdot 10^{-6}/\text{an}$

Le graphique suivant illustre cette tendance représentée en fonction de la cote de la retenue.

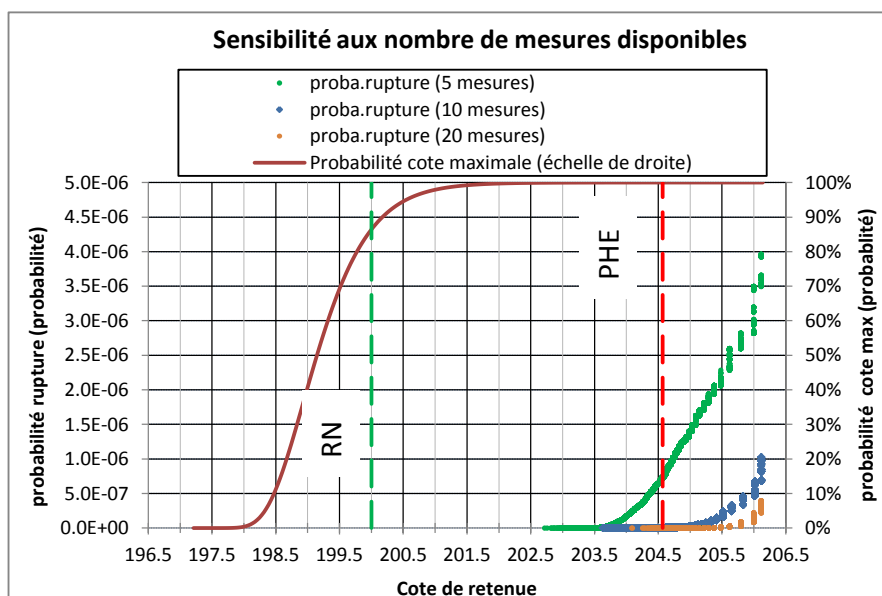


Figure 16 : Influence du nombre de mesures disponibles sur les résultats du calcul probabiliste

On voit clairement sur ce graphique l'influence forte du nombre de mesures sur la probabilité finale calculée. Cette tendance est en grande partie expliquée par le fait que le barrage est bien dimensionné et que les ruptures correspondent à des valeurs extrêmes d'angle de frottement et de cohésion. Ceci peut ne pas être le cas pour des ouvrages sous-dimensionnés où les ruptures surviennent même avec des caractéristiques moins extrêmes. Il s'agit dans ce cas d'un problème de stabilité global et non seulement d'une connaissance limitée des paramètres d'entrée.

4.5. Aléa sismique

Les simulations visant à évaluer l'impact de la sismicité sont menées en modifiant la fonction de répartition de la cote amont afin que celle-ci corresponde à la cote journalière et non plus annuelle. Ces simulations sont séparées des autres simulations et la probabilité de dépasser le critère de cisaillement ne signifie pas la rupture du barrage mais le début d'un éventuel déplacement irréversible du barrage. Des calculs post-sismiques sont par la suite nécessaires mais ne font pas partie du travail présenté dans cet article. Les probabilités calculées doivent donc être interprétées comme la probabilité de dépasser le comportement élastique réversible du barrage.

Les simulations montrent que cette probabilité est de l'ordre de $1,05 \cdot 10^{-5}$ /an. Cette probabilité est 10 fois supérieure à celle calculée pour une rupture hors séisme (10^{-6} /an). Cet écart s'explique en grande partie par le fait que les calculs pseudo-statiques sont conservatifs et ne signifient pas forcément la rupture du barrage.

Dans le détail, le dépassement du seuil de cisaillement n'est atteint que pour des séismes supérieurs à l'OBE (0,4 m/s²) voire au SES (1,4 m/s²). Le cas le plus probable étant un séisme de PGA compris entre 2,5 et 3,0 m/s² (période de retour de l'ordre de 200 000 ans) et une cote amont légèrement inférieure à la RN.

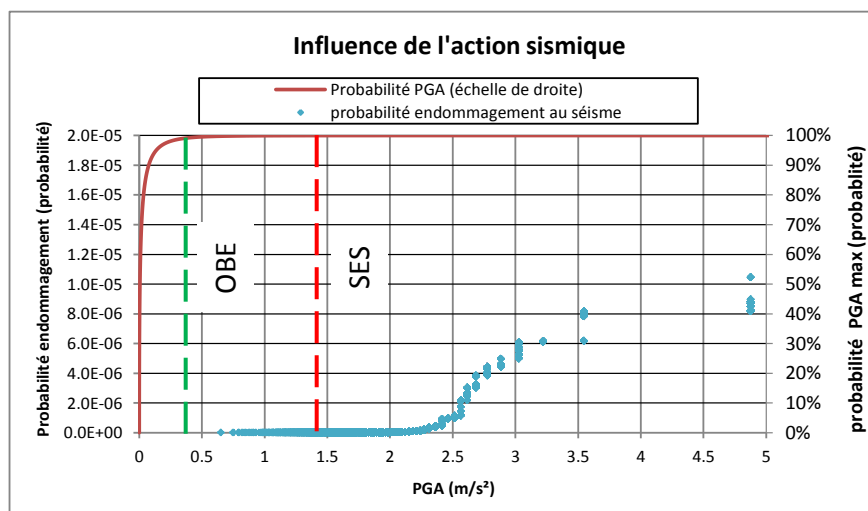


Figure 17 : PGA des séismes provoquant des ruptures

5. CONCLUSIONS

Le travail présenté dans cet article montre un exemple de mise en pratique d'un calcul probabiliste pour évaluer la stabilité d'un barrage poids. La méthode de calcul utilisée, dérivée de la méthode de Monte-Carlo, a permis d'estimer une probabilité de rupture de l'ordre de 10^{-6} /an en quelques centaines de milliers de simulations seulement.

L'analyse détaillée des résultats a permis de dégager les éléments suivants :

- Les ruptures correspondent presque toutes à des cotes supérieures à la PHE. Les cotes inférieures ne conduisent pas à des ruptures, même pour des caractéristiques faibles à l'interface barrage-fondation.
- Le nombre de mesures disponibles a une influence importante sur le calcul de la probabilité de rupture : plus on dispose d'essais, moins il y a d'incertitude sur les données d'entrée et par conséquent sur la probabilité de rupture.
- La méthode de calcul permet la prise en compte directe de l'historique du barrage pour éliminer des scénarios peu probables (ou impossibles). Un barrage est ainsi plus fiable après plusieurs années de service voire dès son remplissage si il a montré sa capacité à résister à des chargements significatifs qui permettent d'éliminer le risque d'avoir des caractéristiques de résistance très faibles.

La méthode de calcul probabiliste apporte une vision différente des calculs aux états limites. Elle supprime d'abord les biais de calcul introduits dans les coefficients de sécurité partiels. Elle les remplace par la connaissance des paramètres d'entrée, comme si ces coefficients de sécurité étaient variables et dépendaient de la connaissance que le vérificateur a sur la donnée d'entrée en question. La méthode de calcul permet ensuite de mieux peser le poids de chaque paramètre et de mieux cibler les actions à mettre en œuvre pour améliorer la fiabilité des ouvrages. A titre d'exemple, si les calculs montrent que les ruptures se produisent majoritairement pour des cotes de retenue supérieures à un certain seuil, il peut être envisagé d'introduire un déversoir spécifique pour rester en dessous de cette cote. Si au contraire la probabilité de rupture est expliquée en grande partie par des caractéristiques d'interface faibles, il peut être envisagé de réaliser des campagnes de reconnaissances complémentaires pour vérifier ces caractéristiques et envisager un confortement si nécessaire.

Finalement, le travail présenté dans cet article ne donne qu'un premier aperçu de ce que peuvent apporter les calculs probabilistes. Des travaux en cours envisagent de coupler ce genre de calculs aux études de danger afin d'avoir une vision plus globale des scénarios de défaillance. Il est aussi envisagé d'introduire progressivement d'autres facteurs d'incertitude comme la capacité de drainage ou la résistance à la traction de l'interface barrage-fondation, ce qui peut être déterminant dans le cas de certains barrages.

RÉFÉRENCES ET CITATIONS

- [1] CFBR (2012) Recommandations pour la justification de la stabilité des barrages-poids. CFBR.
- [2] Kreuzer, H et Léger, P, (2013) The adjustable Factor of Safety: A reliability-based approach to assess the factor of safety for concrete dams. Hydropower & dams, Vol.XX, Issue 1.
- [3] Lombardi, G, (1988) Distribution à double borne logarithmique, Communication n° 25, 16e congrès CIGB, San Francisco.